14 группа 2 курс.

Тема: « Производная и первообразная показательной функции»

Ход урока

I. Устная работа.

I вариант	***II вариант***
Найдите производные функций	
1) $y = e^{2x}$ 2) $y = e^{2x-3}$ 3) $y = 2^{2x}$ 4) $y = e^{x} \cdot \sin x$	8) $y = e^{-2x}$ 9) $y = e^{x^2-2x}$ 10) $y = 2^{-3x}$ 11) $y = 3\sin 2x + e^{\sin 2x}$
Найдите общий вид первообразных для функции	
5) $f(x) = e^{2x}$ 6) $f(x) = 3e^{3x}$	12) $f(x) = 2^{x}$ 13) $f(x) = e^{-x}$
Найдите критические точки функции	
7) $f(x) = e^{x} - x$	14) $f(x) = e^{x} - 2x$

Для расшифровки эпиграфа достаточно выбрать верные ответы и соответствующее им слово.

$x = 0$	$y' = (2x-2)\cdot e^{x^2-2x}$	$y' = 2^{2x+1}\cdot \ln 2$	$y' = -3\cdot 2^{-3x}\cdot \ln 2$
знания	*тот*	*ограничиться*	*никогда*
$y' = 2e^{2x-3}$	$F(x) = e^{-x} + c$	$F(x) = e^{3x} + c$	

хочет	*достигнет*	*без*

$F(x)=\dfrac{2^x}{\ln 2}+c$	$x=\ln 2$	$y'=e^x\cdot\cos x$	$y'=-2e^{-2x}$
не	*поймет*	*прошлым*	*прошлого*
$y'=2e^{2x}$	$y'=6\cos 2x+2\cos 2x\cdot e^{\sin 2x}$	$F(x)=\dfrac{1}{2}e^{2x}+c$	
кто	*его*	*настоящим*	

Учащиеся, расшифровав фразу, записывают ее на лист и сдают учителю. Проверяем работу. Несколько человек зачитывают фразу.

I вариант: *Кто хочет ограничиться настоящим без знания*

II вариант: *прошлого, тот никогда его не поймет.*

За правильно расшифрованный эпиграф учащимся начисляется три балла.

«Вы знаете, что путешествовать интереснее всего с друзьями. И сейчас вам, ребята, предстоит выбрать друзей, а для этого вы выполните 1 задание из карточки. Всего в карточке 3 задания. Они записаны по возрастающей сложности. Первое – 1 балл, второе – 2 балла, третье – 3 балла».

II. Самостоятельная работа (дифференцированная)

Карточки для самостоятельной работы

I вариант	***II вариант***
1) Дана функция $f(x)=e^x\cdot\cos x$. Найдите $f'(0)$.	**1)** Дана функция $f(x)=e^x\cdot\sin x$. Найдите $f'(0)$.

2) Найдите точки экстремумов функции $f(x)=x\cdot 3^x$.	**2)** В какой точке кривой $y=e^{2x}+1$ касательная параллельна прямой $y=2x-1$?
3) Найдите $f^{/}(0)$**,** если $f(x)=3^{2x}\cdot tg\,0{,}5x$	**3)** Дана функция $f(x)=e^{\sin x}+e^{\cos x}$. Найдите $f^{/}(\frac{\Pi}{2})$.

Краткие решения и ответы к самостоятельной работе.

I вариант	***II вариант***
1) $f^{/}(x)=e^x\cdot\cos x+e^x\cdot(-\sin x)=$ $=e^x\cdot(\cos x-\sin x)$ $f^{/}(0)=1\cdot(\cos 0-\sin 0)=1$	**1)** $f^{/}(x)=e^x\cdot(\sin x+\cos x)$ $f^{/}(0)=1\cdot(\sin 0+\cos 0)=1$
2) $f^{/}(x)=x^{/}\cdot 3^x+x\cdot(3^x)^{/}=$ $=3^x\cdot(1+x\cdot\ln 3)$ $f^{/}(x)=0$, $3^x\cdot(1+x\cdot\ln 3)=0$ $3^x>0$, $1+x\cdot\ln 3=0$ $x=-\frac{1}{\ln 3}$**-**точка экстремума.	**2)** $y^{/}(x)=2e^{2x}$ $y^{/}(x_0)=2$, $2e^{2x_0}=2$, $x_0=0$ $y_0=e^{2\cdot 0}+1=2$ (0; 2)
3) $f^{/}(x)=3^{2x}\cdot(2\ln 3tg\,0{,}5x+\frac{1}{2\cos^2 0{,}5x})$ $f^{/}(0)=\frac{1}{2}$	**3)** $f^{/}(x)=\cos x\cdot e^{\sin x}-\sin x\cdot e^{\cos x}$ $f^{/}(\frac{\Pi}{2})=\cos\frac{\Pi}{2}e^{\sin\frac{\Pi}{2}}-\sin\frac{\Pi}{2}e^{\cos\frac{\Pi}{2}}=-1\cdot e^0=-1$

Для самостоятельной работы использованы задания из книги «Задачи по алгебре и началам анализа для 10-11 классов». Саакян С.М. и др.

Работа учащимися пишется под копировку. Верхний лист сдают учителю. Верные решения записаны на доске. Учащиеся сверяют своё решение с решением на доске, начисляют себе баллы.

Далее происходит пересадка учащихся.

Садятся на I ряд: кто получил верный ответ в задании 1) и не получил верного ответа в заданиях 2) и 3).

На II ряд садятся те, кто получил верный ответ в задании 2).

На III ряд садятся те, кто получил верный ответ в задании 3).

Итак, группы сформированы. Но надо знать дорогу, по которой пойдет каждая группа, то есть её рельеф. Известно, что местность, где пролегает дорога, описывается функцией, которую нужно исследовать на монотонность и экстремумы.

IV. Работа в парах.

Каждой группе предлагается функция, которую нужно исследовать (задания разноуровневые).

Задание I группе: $f(x) = (x-1) \cdot e^{x+1}$

Задание II группе: $f(x) = 2^x - x \cdot \ln 2 - 1$

Задание III группе: $f(x) = x \cdot e^{x-x^2}$

Затем от каждой группы приглашаются учащиеся для записи решения на доске. В обсуждение решений вовлекаются все учащиеся.

Решения и ответы к данному виду работы.

I. $f(x) = (x-1) \cdot e^{x+1}$

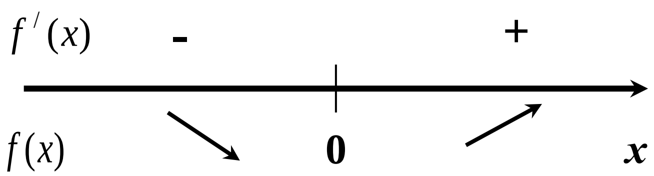
Функция определена и дифференцируема на R.

Найдем ее производную $f^{/}(x) = e^{x+1} \cdot x$

Решим уравнение $f^{/}(x) = 0$

$e^{x+1} \cdot x = 0$

Так как $e^{x+1} > 0$, то $x = 0$ - критическая точка.



В точке **0** производная меняет знак с минуса на плюс, поэтому **0** – точка минимума; исходная функция убывает на промежутке **(-∞; 0]** и возрастает на промежутке **[0; +∞)** .

$f(0) = (0-1) \cdot e^{0+1} = -e$ - минимум функции.

II. $f(x) = 2^x - x \cdot \ln 2 - 1$

Функция определена и дифференцируема на R.

Найдем ее производную $f'(x) = 2^x \ln 2 - \ln 2$.

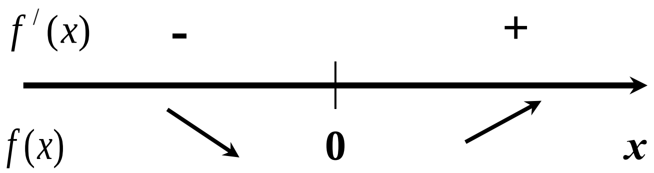
Решив уравнение $f'(x) = 0$, найдем критические точки данной функции.

$$\ln 2 \cdot (2^x - 1) = 0$$

$$2^x - 1 = 0$$

$$2^x = 1$$

$x = 0$ - критическая точка.

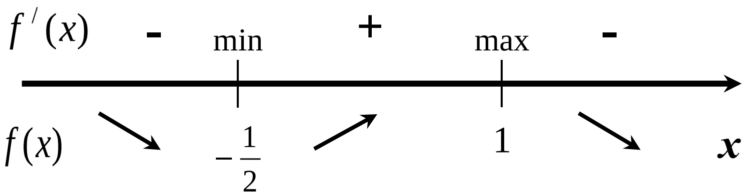


В точке **0** производная меняет знак с минуса на плюс, поэтому **0** – точка минимума; исходная функция убывает на промежутке **(-∞; 0]** и возрастает на промежутке **[0; +∞)** .

$f(0) = 2^0 - 0 - 1 = 0$ - минимум функции.

III. $f(x) = x \cdot e^{x - x^2}$

Третьей группе предлагаем выбрать верный ответ из трёх предложенных.

1) 

$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2\sqrt[4]{e^3}}$ - минимум функции

$f(1) = 1$ - максимум функции

2)

$f'(x)$	$+$	max	$-$	min	$+$	
$f(x)$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	x

$f(-1) = -1 \cdot e^{1-1} = -1$ - максимум функции

$f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \cdot e^{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} e^{\frac{1}{4}}$ - минимум функции

3)

$f'(x)$	$-$	min	$+$	max	$-$	
$f(x)$	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	x

$f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2\sqrt[4]{e}}$ - минимум функции

$f(1) = 1$ - максимум функции

Очевидно, что верный ответ 1)

За верное решение учащиеся начисляют себе 1 балл.

Итак, наше путешествие продолжается, и мы держим путь в городской парк, где примем участие в конкурсе на создание лучшего проекта клумбы для цветов.

3. Работа в группах.

Задания группам: создать проект клумбы, то есть изобразить указанные линии на координатной плоскости и вычислить площадь фигуры, ограниченной этими линиями, а затем защитить ваш проект. Работают в группах, могут тихо совещаться, затем 1 человек от группы защищает проект, балл выставляется одинаковый всей группе. Максимальный – 3 балла. Учащиеся других групп принимают участие, задавая вопросы. Клумбы должны иметь форму плоской фигуры, которую можно было бы ограничить линиями: кривыми и прямыми. Учащиеся решают разноуровневые задачи.

Задание группам: Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями (ответ округлите до единиц):

I группа $y = 2^x$ $x = 0$ $y = 0$ $x = 2$

II группа $y = 3^x$ $y = 1$ $x = 1$

III группа $y = 2^x$ $y = 2^{-x}$ $y = 2$

Решения и ответы:

I группа 1) Изобразим данные линии на координатной плоскости и выделим интересующую нас фигуру (см. рис.1в приложении).

2) Фигура $ABCD$ - криволинейная трапеция, поэтому ее площадь находим по формуле площади криволинейной трапеции:

$$S = \int_0^2 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2}\Bigg| = \frac{2^2}{\ln 2} - \frac{2^0}{\ln 2} = \frac{3}{\ln 2} \approx 4$$

Ответ: 4

II группа 1) Изобразим данные линии на координатной плоскости и выделим интересующую нас фигуру (см. рис.2 в приложении).

2) Фигура ABC не является криволинейной трапецией. Ее площадь найдем так: $S_{ABC} = S_{DABCM} - S_{DACM}$.

Фигура $DABCM$ – криволинейная трапеция, поэтому

$$S_{DABCM} = \int_0^1 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3}\Bigg| = \frac{3^1}{\ln 3} - \frac{3^0}{\ln 3} = \frac{2}{\ln 3}$$

Фигура $DACM$ – квадрат, поэтому $S_{DACM} = 1$

$$S_{ABC} = \frac{2}{\ln 3} - 1 \approx 1$$

Ответ: 1

III группа 1) Изобразим данные линии на координатной плоскости и выделим интересующую нас фигуру (см. рис.3 в приложении).

2) Фигура ABC не криволинейная трапеция, но она симметрична относительно оси $OY \Rightarrow S_{ABC} = 2S_{AMC}$

3) Найдем координаты точки C.

Абсциссу найдем, решив уравнение:

$$2^x = 2$$

$$x = 1$$

$$y = 2$$

Таким образом *C (1;2).*

4) Проведём через точку C прямую $x = 1$.

$$S_{AMC} = \int_0^1 (2 - 2^x)dx = (2x - \frac{2^x}{\ln 2})\Big| = 2 - \frac{1}{\ln 2}$$

5) $S_{ABC} = 2 \cdot (2 - \frac{1}{\ln 2}) = 4 - \frac{2}{\ln 2} \approx 1$

Ответ: 1

VI. Подведение итогов.

Вот и подходит к концу наше путешествие. Давайте подведём итоги урока. Оцените свою работу на уроке. Выразите своё отношение к уроку.

“5” – 10 баллов

“4” – 8-9 баллов

“3” – 3-7 баллов

VII. Домашнее задание. Придумать (или подобрать) и решить две задачи с практическим содержанием на вычисление площади фигуры и на исследование функции на монотонность и экстремумы.