**24 группа 1 курс Геометрия**

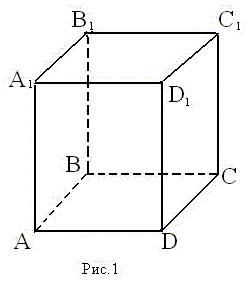
**Тема урока: Решение задач по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей».**

*Теоретический опрос*

**1. Закончить предложение:**

а) две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если… *(угол между ними равен 90°)*  
б) прямая называется перпендикулярной к плоскости, если… *(она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости)*  
в) если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они… *(параллельны)*  
г) если плоскость перпендикулярна к одной из двух параллельных прямых, то она… *(перпендикулярна и к другой прямой)*  
д) если две плоскости перпендикулярны к одной прямой, то они… *(параллельны)*

**2. Дан параллелепипед**



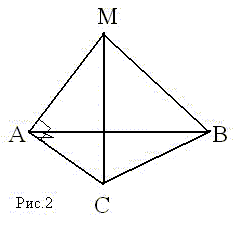
а) Назовите:  
1) рёбра, перпендикулярные к плоскости (*DCC*1) *(ответ: AD; A1D1; B1C1; BC)*   
2) плоскости, перпендикулярные ребру *BB*1 *(ответ: (АВС); (A1B1C1))*

б) Определите взаимное расположение:  
1) прямой *CC*1 и плоскости (*DСВ*) *(ответ: они перпендикулярны)*  
2) прямой *D*1*C*1 и плоскости (*DCB*) *(ответ: они параллельны)*

**VI. Решение задач.**

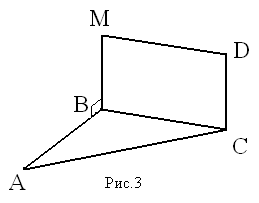
**1. Решение задач по готовым чертежам** *(Устно)*

**№1**



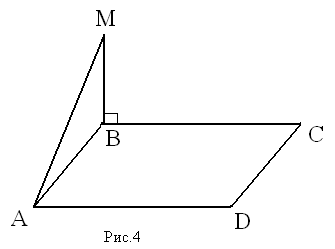
*Дано: ∆ ABC - прямоугольный; AM ⊥ AC; M ∉ (ABC)  
Доказать: AC ⊥ (AMB)  
Доказательство:* Т.к. *AC* ⊥ *AB* и *AC* ⊥ *AM*, а *AM* ⋂ *AB*, т.е. *АМ* и *АВ* лежат в плоскости (*АМВ*), то *AC* ⊥ (*AMB*) по признаку перпендикулярности прямой и плоскости. Ч.т.д.

**№2**



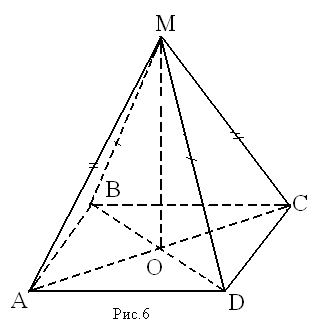
*Дано: ВМDC - прямоугольник, M ∉ (ABC), MB ⊥ AB  
доказать: CD ⊥ (ABC)  
Доказательство: MB* ⊥ *BC*, т.к. *ВМDC* – прямоугольник, *MB* ⊥ *AB* по условию, *BC* ⋂ *AB*, т.е. *ВС* и *АВ*лежат в плоскости (*АВС*) ⇒ *MB* ⊥ *(ABC)* по признаку перпендикулярности прямой и плоскости. *СD* ∥ *МВ*по свойству сторон прямоугольника ⇒ *CD* ⊥ *(ABC)* по теореме о двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна к плоскости (то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости).  
Ч.т.д.

**№3**



*Дано: АВСD – прямоугольник, M ∉ (ABC), MB ⊥ BC  
Доказать: AD ⊥ AM  
Доказательство:*1) ∠*ABC* = 90°, т.к. *АВСD* – прямоугольник ⇒ *BC* ⊥ *AB*, *BS* ⊥ *MB* по условию, *MB* ⋂ *AB* = *B*, т.е. *МВ* и*АВ* лежат в плоскости (*АМВ*) ⇒ *BC* ⊥ (*AMB*) по признаку перпендикулярности прямой и плоскости.  
2) *BC* ∥ *AD* (по свойству сторон прямоугольника) ⇒ *AD* ⊥ (*AMB*) по теореме о двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна плоскости (то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости).  
3) Т.к. *AD* ⊥ (*AMB*) ⇒ *AD* ⊥ *AM* по определению прямой, перпендикулярной плоскости.  
Ч.т.д.

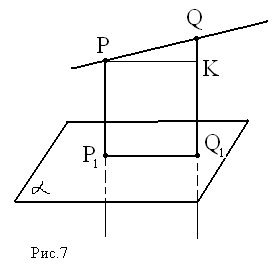
**№4**



*Дано: АВСD – параллелограмм, M ∉ (ABC), МВ = МD, МА = МС  
Доказать:* *MO* ⊥ (*ABC*)  
Доказательство:  
1) Т.к. *О* – точка пересечения диагоналей параллелограмма, то *АО* = *СО* и *ВО* = *DO*. ∆ *BMD* - равнобедренный, т. к. *ВМ* = *МD* по условию, значит *МО* - медиана и высота, т.е. *MO* ⊥ *BD*.  
2) Аналогично доказывается в ∆ *AMC*: *MO* ⊥ *AC*.  
3) Итак, *MO* ⊥ *BD* и *MO* ⊥ *AC*. а *ВD* и *АС* – пересекающиеся прямые, лежащие в плоскости (*АВС*) ⇒ *MO*⊥ (*ABC*) по признаку перпендикулярности прямой и плоскости.  
Ч.т.д.

*(Устные ответы к каждой задаче требуется обосновывать, проговаривая всякий раз формулировки применяемых теорем)*

**2. Решение письменных задач№1.2**



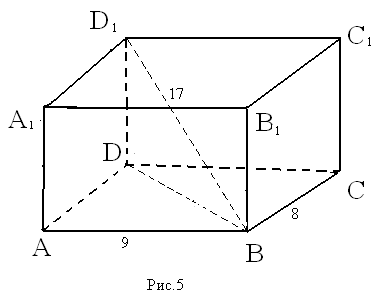
Через точки *P* и *Q* прямой *РQ* проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α и пересекающие её соответственно в точках *P*1 и *Q*1. Найдите *P*1*Q*1, если *PQ* = 15 cм; *PP*1 = 21,5 cм; *QQ*1 = 33,5 cм.  
Решение:

1) *PP*1 ⊥ α и *QQ*1 ⊥ α по условию ⇒ *PP*1 ∥ *QQ*1 (обосновать);  
2) *PP*1 и *QQ*1 определяют некоторую плоскость β, α ⋂ β = *P*1*Q*1;  
3) *PP*1*Q*1*Q* - трапеция с основаниями *PP*1 и *QQ*1, проведём *PK* ∥ *P*1*Q*1;  
4) *QK* = 33,5 - 21,5 = 12 (см)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *P*1*Q*1 = *PK* = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img12.gif | = 9 см. |

Ответ: *P*1*Q*1 = 9 см.

**№2.2**



В прямоугольном параллелепипеде *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 *АВ* = 9 см; *ВС* = 8 см; *ВD* = 17 см. Найдите площадь *BDD*1*B*1.  
Решение:

1) ∆ *ABD*: ∠*BAD* = 90°; *АD* = *BC* = 8 см;

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *ВD* = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img13.gif | см; |

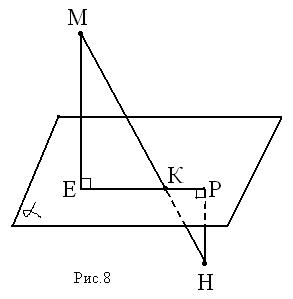
2) ∆ *DD*1*B*: ∠*D*1DB = 90°;

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *DD*1 = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img14.gif | = 12 см; |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 3) *SBB*1*D*1*D* = *BD* ∙ *DD*1 = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img15.gif | см2. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Ответ:* | *http://festival.1september.ru/articles/524196/img15.gif* | *см2.* |

**№3.2**



Отрезок *МН* пересекает плоскость α в точке *К*. Из концов отрезка проведены прямые *МЕ* и *НР*, перпендикулярные к плоскости α. *НР* = 4 см; *МЕ* = 12 см; *НК* = 5 см. Найдите отрезок *РЕ*.  
Решение:

1) Т.к. прямые *МЕ* и *НР* перпендикулярны к плоскости α, то *МЕ* ∥ *НР* (обосновать) и через них проходит некоторая плоскость β. α ⋂ β = *EP*;  
2)МЕ⊥ EP; НР ⊥ EP(обосновать), т.е. ∠*MEK* = ∠*HPK* = 90°;

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 3) ∆ *HPK*: *KP* = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img16.gif | = 3 см; |

4) ∠*EMK* = ∠*PHK* (накрест лежащие для параллельных прямых *МЕ* и *НР* и секущей *МН*),

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| тогда ∆ *MEK* ∆ *HPK* по двум углам и | http://festival.1september.ru/articles/524196/img17.gif | ; т.е. | http://festival.1september.ru/articles/524196/img18.gif | ⇒ *EK* = | http://festival.1september.ru/articles/524196/img19.gif | = 9 см, |

*РЕ* = *РК* + *КЕ*, *РЕ* = 3 + 9 = 12 см.

*Ответ: РЕ = 12 см.*

**3. Самостоятельная работа** *(направлена на проверку усвоения материала по данной теме)*

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант I** | **Вариант II** |
| Через вершины *А* и *В* прямоугольника *АВСD*проведены параллельные прямые *AA*1 и *BB*1, не лежащие в плоскости прямоугольника. Известно, что *AA*1 ⊥ *AB*, *AA*1 ⊥ *AD*. Найдите *B*1*B*, если *B*1*D* = 25 см, *AB* = 12 см, *AD* = 16 см. | Через вершины *А* и *В* ромба *АВСD* проведены параллельные прямые *AA*1 и *BB*1, не лежащие в плоскости ромба. Известно, что *BB*1 ⊥ *BC*,*BB*1 ⊥ *AB*. Найдите *A*1*A*, если *A*1*C* = 13 см, *BD* = 16 см, *AB* = 10 см. |
|  |  |

**V.** **Подводятся итоги урока.Задание на дом:** повторить теоретический материал по изученной теме, глава II, № 216 *(подг.кк.р.)*