Тема: Производная в физике и технике.

Исторически понятие производной возникло из практики. Скорость неравномерного движения, плотность неоднородной материальной линии, а также тангенс угла наклона касательной к кривой и другие величины явились прообразом понятия производной. Возникнув из практики, понятие производной получило обобщаемый, абстрактный смысл, что ещё более усилило его прикладное значение. Создание дифференциального исчисления чрезвычайно расширило возможности применения математических методов в естествознании и технике.

I. Актуализация опорных знаний учащихся.

1) Фронтальный опрос учащихся.
   а) дать понятие приращения аргумента и приращения функции;
   б) сформулируйте определение функции в точке;
   в) в чём состоит механический смысл производной?
   г) в чём состоит геометрический смысл производной?
2) Решение заданий.

а)установить соответствие между функциями и соответствующими им производными. Учащиеся записывают в тетрадь ответ в виде пары, где на первом месте стоит цифра-номер функции, а на втором – буква соответствующая этой функции производная.

f(x)	f′(x)
1. $y = 7x^5 - 0.5x^2 + 1$	A. $y' = 21\ (3x - 5)^6$
2. $y = x^2 \sin x$	B. $y' = \sin 2x - 15x^2$
3. $y = \sin^2 x - 5x^3$	C. $y' = 15 \sin 3x$
4. $y = -5 \cos 3x$	D. $y' = 35x^4 - x$
5. $y = (3x - 5)^7$	E. $y' = 2x \sin x + x^2 \cos x$

Учащиеся самостоятельно проверяют правильность своих решений и выставляют оценку в свой оценочный лист.

б) заполнить таблицу. Каждый ученик получает таблицу, в которую он вносит производную по заданной функции (1, 2, и 3 строчки), а также находят функцию по заданной производной (4, 5 строка).

Функция	Производная
1. $y = x^5 - \frac{17}{x^2} + 28x + 16$	1. y' =
2. $y = \frac{x^2}{4x \quad 7}$	2. y' =

3. y = $\sqrt{x}$ sin 3x	3. y' =
4. y =	4. y' = - $\frac{1}{x^2}$
5. y =	5. y' = 14x + 5

После заполнения таблицы, учащиеся обмениваются листками с соседями по парте и проверяют правильность выполнения задания. После того, как на слайде появляется верное решение, учащиеся выставляют оценки в оценочный лист.

Динамическая пауза.

V. Сообщения учащихся.

Заслушать заранее подготовленные сообщения трёх учащихся по примерам применения производной в физике, технике

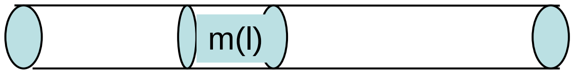
Примеры применения производной в физике и технике.

1. Задача нахождения плотности неоднородного стержня. (слайд № 13)

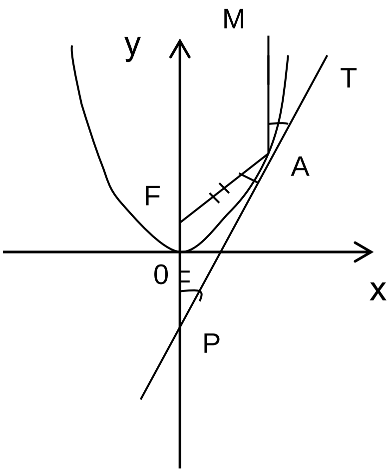
Задача

- Дан неоднородный стержень с массой m(l) любого куска. Плотность его небольшой части примерно одна и та же
- (Δm : Δl) на участке от l до Δl.

- $d(l) = m'(l)$



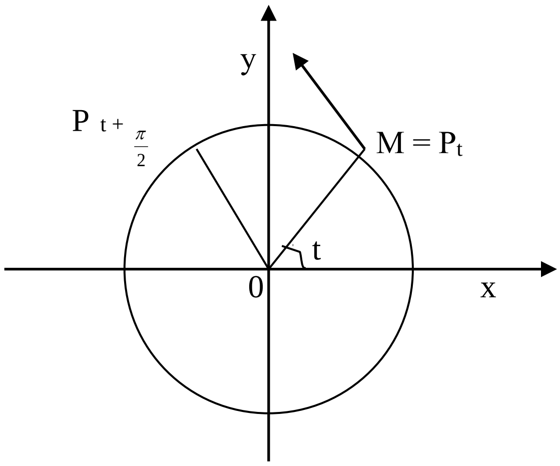
Задача. Свойство параболы



Выведем свойство параболы, имеющее применение в оптике и технике. На этом свойстве основано устройство телескопов, и параболических антенн.

Все лучи, параллельные оси параболического зеркала, после отражения сходятся в одной точке, которую называют *фокусом параболического зеркала* (точка F - *фокус параболы* $y = x^2$)

Задача о равномерном движении тела по окружности.



Рассмотрим равномерное движение по окружности радиуса 1 с угловой скоростью1

M (cos t; sin t), x(t) = cos t, y(t) = sin t. Вектор скорости $\vec{v}(t)$ направлен по касательной к окружности, а его длина равна 1.$|\vec{v}(t)| = \omega R = 1 \cdot 1 = 1$.Этот вектор совпадает с вектором $\overrightarrow{OP_{\frac{\pi}{2}+t}}$ координаты которого равны $\cos(t + \frac{\pi}{2}) = -\sin t$, $\sin(t + \frac{\pi}{2}) = \cos t$. С другой стороны $\vec{v}(t) = (\cos' t; \sin' t)$.

Получаем формулы: cos ' t = - sin t, sin' t = cos t.

Учащиеся подготовившие сообщения оцениваются отдельно.
Учитель: рассмотрим ещё несколько примеров применения производной в физике и технике. (слайд №16)

f(x)	Перемещение S (t)	Количество электричества q (t)	Количество теплоты Q (t)	Угол поворота φ (t)	Масса стержня m (l)
f'(x)	Скорость V (t)	Сила тока I (t)	Теплоёмкость C (t)	Угловая скорость ω (t)	Линейная плотность d (l)

Рассмотреть примеры применения производной в физике , технике и других отраслях, предложенные учащимися.

VI. Решение различных задач из некоторых разделов физики и техники.

Самостоятельная работа.. Учащиеся, разбившись на группы, совместно решают задание на карточке

Карточка №1.

1. Найдите силу, действующую на тело массой 7 кг, движущееся по закону $s(t) = 4t^2 - 5t + 3$ в момент времени t = 2с.
2. Количество электричества, протекающее через проводник, начиная с момента t = 0, задаётся формулой $q = 3t^2 + t + 2$. Найдите силу тока в момент времени t = 3.

Карточка №2.

1. Маховик, задерживаемый тормозом, поворачивается за t с на угол $\varphi(t) = 3t - 0.1t^2$ (рад). Найдите: а) угловую скорость вращения маховика в момент t = 7 с; б) в какой момент времени маховик остановится.

2. Пуля вылетает из пистолета со скоростью v_0 = 300 м/с, g = 9,8 см/$с^2$.На какую наибольшую высоту она поднимется (без учёта сопротивления воздуха). Закон движения тела: $s(t) = v_0t - \frac{gt^2}{2}$.

Учитель проверяет работы.

VII. Подведение итогов урока.

Сегодня на уроке мы использовали физический материал**;** применяли математический аппарат для решения прикладных задач; расширили представление о роли математики в изучении окружающегося мира; увидели разницу между реальным и идеальным, между физическим явлением и его математической моделью

Выставление оценок: учащиеся самостоятельно подсчитывают средний бал согласно оценочному листу.

Оценочный лист.

Класс: ----------------------

Фамилия имя учащегося: --------------------------- ----------------------

виды работ	1	2	3	4	5	6	7	средний бал
оценка								

VIII. Домашнее задание.

Стр. 158 №956, №958(а, в).

Приложение.

Сообщение «Из истории дифференциального исчисления».

Дифференциальное исчисление создано Ньютоном и Лейбницем сравнительно недавно, в конце XVII столетия. Тем более поразительно, что задолго до этого Архимед не только решил задачу на построение касательной к такой сложной кривой как спираль, но и сумел найти максимум функции $f(x) = x^2 (a – x)$. И. Кеплер рассматривал касательную (которая связана с понятием производной) в ходе решения задачи о наибольшем объёме параллелепипеда, вписанного в шар данного радиуса. В XVII в. на основе учения Г.Галилея о движении активно развивалась кинематическая концепция производной.

В 1629 г. П.Ферма предложил правила нахождения экстремумов многочленов. Существенно подчеркнуть, что фактически при выводе этих правил Ферма активно применял предельные переходы, располагая простейшим дифференциальным условием максимума и минимума. Ферма сыграл выдающуюся роль в развитии математики. Его имя заслуженно носит не только известная теорема из анализа. Великая теорема Ферма (« Уравнение $x^n + y^n = z^n$ не имеет решений в натуральных числах при натуральном n . большем двух»), не доказанная, правда, и поныне, лишь один из итогов его размышлений над проблемами теории чисел. Ферма один из создателей аналитической геометрии. Он занимался и оптикой. Широко известен принцип Ферма применяемый и в современной физике. Для вывода закона преломления света требуется применение правил нахождения экстремума.

Систематическое учение о производных развито Лейбницем и Ньютоном, Ньютон исходил их задач механики (ньютонов анализ создавался одновременно с ньютоновской классической механикой). Лейбниц исходил из геометрических задач.

Новый мощный метод позволил решать широкий круг задач, способствовал бурному развитию анализа.

Сообщение: «О происхождении терминов и обозначений».

Раздел математики, в котором изучаются производные и их применения к исследованию функций, называется *дифференциальным исчислением.* Приращение вида Δf, представляющее собой разности, играет заметную роль при работе с производными. Естественно появление латинского корня differentia (разность) в названии calculis differentialis нового исчисления, которое переводится как *исчисление разностей* ; это название появилось уже в конце XVII в.

Термин производная является буквальным переводом на русский французского слова derive, которое ввёл в 1797 г. Ж. Лагранж, ; он же ввёл современные обозначения y', f''.

И.Ньютон называл производную функцию *флюксией,* а саму функцию – *флюентой.*

Рассказ о происхождении терминологии, принятой в дифференциальном исчислении, был бы неполон без понятия *предела* и *бесконечно малой.* Производная определяется именно как предел. Пишут $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$. Обозначение lim – сокращение латинского слова limes (межа, граница); уменьшая, например, Δx, мы устремляем значение $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ к «границе» f'(x). Термин «предел» ввёл Ньютон.

Заметим наконец, что слово «экстремум» происходит от латинского extremum (крайний). Maximum переводится как наибольший, а minimum – наименьший.

О происхождении терминов и обозначений.

- Раздел математики, в котором изучается производная, называется *дифференциальным исчислением.*
- *calkulis differentialis – (* лат. исчисление разностей)- появилось в конце X V I I в.
- Термин «производная» (франц. *derivee)* ввёл в 1797 г. Ж.Лагранж
- И. Ньютон называл производную *флюксией,* а саму функцию – *флюентой.*
- Термин «предел» ввёл Ньютон. *lim* – сокращение латинского слова *limes (*межа, граница).
- «Экстремум», происходит от латинского *extremum (*крайний).
- maximum – наибольший, minimum – наименьший.
-

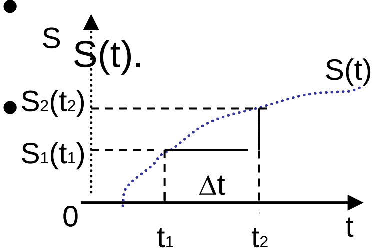
Определение производной.

- Производной функции y = f (x) в точке x называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента , когда последнее стремится к нулю. Обозначение: y´ или f´(x).
-

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) \quad f(x)}{\Delta x}$$

Физический смысл производной.

-
- Пусть точка движется по закону S = S(t).



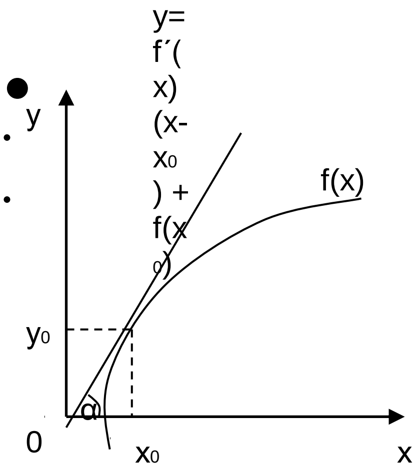
где S – перемещение точки за время t

v(t) =S´(t), $v(t) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{S(t+\Delta t) \quad S(t)}{\Delta t}$.

Мгновенная скорость точки в данный момент времени t, равна значению производной от закона движения.

0
0
0

Геометрический смысл производной.

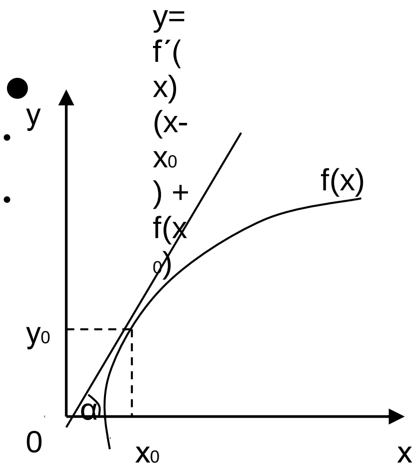


Производная функции в точке x_0 равна тангенсу угла наклона касательной , проведённой к графику функции в точке с координатами (x_0; $f(x_0)$)

x

к = tg α = $f'(x_0)$, где к – угловой коэффициент касательной.

Геометрический смысл производной.



Производная функции в точке x_0 равна тангенсу угла наклона касательной , проведённой к графику функции в точке с координатами (x_0; $f(x_0)$)

x

к = tg α = $f'(x_0)$, где к – угловой коэффициент касательной.

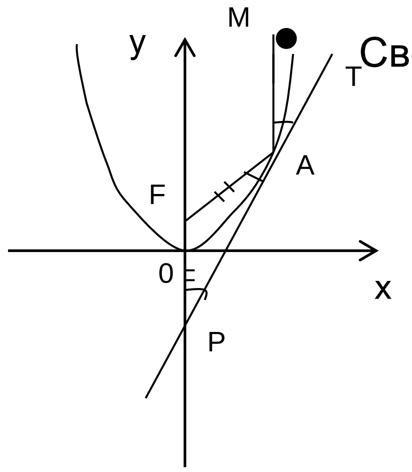
Таблица №1.

- Установите соответствие между функциями и производными.

f(x)	f′(x)
1. $y = 7x^5 – 0.5x^2 + 1$	A. $y′ = 21\ (3x - 5)^6$
2. $y = x^2 \sin x$	B. $y′ = \sin 2x – 15x^2$
3. $y = \sin^2 x – 5x^3$	C. $y′ = 15 \sin 3x$
4. $y = - 5 \cos 3x$	D. $y′ = 35x^4 – x$
5. $y = (3x - 5)^7$	E. $y′ = 2x \sin x + x^2 \cos x$

Функция	Производная
1. $y = x^5 - \frac{17}{x^2} + 28x + 16$	1. y' =
2. $y = \frac{x^2}{4x \quad 7}$	2. y' =
3. $y = \sqrt{x} \sin 3x$	3. y' =
4. y =	4. $y' = - \frac{1}{x^2}$
5. y =	5. $y' = 14x + 5$

Задача.

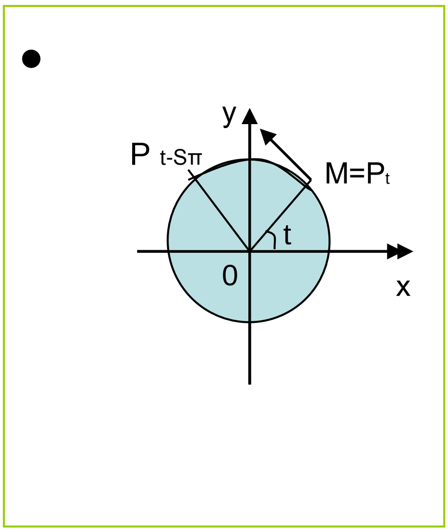


Свойство параболы .

AT – касательная к параболе в точке A.
<TAM = <FAP, MA║Oy, поэтому <FPA = <TAM. Следовательно, <FPA = <FAP.
т.е. треугольник FPA равнобедренный и FA = FP. Уравнение касательной AT имеет вид: $y = 2x_0x – x_0$I. Ордината точки P $y_p = 2x_0 \cdot 0 – x_0$I, т.е. $y_p = - y_0$. $FP = y + y_0$.
Длина FAI = x_0I + (y_0 – y)I,
(y – y_0)I=x_0I+(y_0-y)I, т.е. получаем y = j

Все лучи, параллельные оси параболического зеркала, после отражения сходятся в одной точке, которую называют *фокусом параболического зеркала (* точка F - *фокус параболы* y = xI)

Задача.



Рассмотрим равномерное движение по окружности радиуса 1 в направлении против часовой стрелки с угловой скоростью 1.координаты т. M таковы: *x(t) = cos t* и y(t) = sin t.

Вектор скорости $\vec{v}$(t) направлен по касательной
к окружности, а его длина равна 1 ($|\vec{v}|$ = ωR = 1·1 = 1). Следовательно этот вектор совпадет с
вектором $\vec{OP}_{t+S\pi}$, координаты которого равны
cos (t+Sπ) = - sin t и sin (t + Sπ) = cos t.
С другой стороны, координаты вектора v(t) равны x´(t) и y´(t).

$$\boxed{\cos' t = -\sin t,\quad \sin' t = \cos t}$$

$f(x)$	Перемещение S (t)	Количество электричества q (t)	Количество теплоты Q (t)	Угол поворота φ (t)	Масса стержня m (l)
$f'(x)$	Скорость V (t)	Сила тока I (t)	Теплоёмкость C (t)	Угловая скорость ω (t)	Линейная плотность d (l)