**15 группа 1 курс.**

Тема: **«Понятие производнои функции.**

.

Объяснение нового материала (сопровождается презентацией).

I. Задачи, приводящие к понятию производной.

Задача о скорости движения.

*Рассмотрим прямолинейное движение некоторого тела. Закон движения задан формулой S = S(t), т.е. каждому моменту времени t соответствует определённое значение пройденного пути S. Найти скорость движения тела в момент времени t.*

Решение: Пусть в момент времени t тело находится в точке М.

Дадим аргументу t приращение Δt, за это время тело переместится в некоторую точку Р, т.е. пройдёт путь ΔS.

Итак, за время Δt тело прошло путь ΔS.

*Что можно найти, зная эти два значения?*

$v\_{ср.}=\frac{∆S}{∆t}$ , т.е. среднюю скорость движения тела за промежуток времени $\left[t;t+∆t\right]$.

*Определение: Средней скоростью движения тела* называется отношение пройденного пути ко времени, в течение которого этот путь пройден.

В физике часто идёт речь о скорости v(t), т.е. скорости в определённый момент времени t, часто её называют *мгновенной скоростью.*

Можно рассуждать так: мгновенную скорость получим если Δt$ \rightarrow 0$, т.е. Δt выбирается всё меньше и меньше, т.е. $v\_{мгнов.}=\lim\_{∆t\to 0}v\_{ср.}=\lim\_{∆t\to 0}\frac{∆S}{∆t} .$

Можно указать ещё много задач из физики, геометрии (учебник, стр.157 – 159), для решения которых необходимо отыскать скорость изменения соответствующей функции.

Например, отыскание угловой скорости вращающегося тела, отыскание теплоёмкости тела при нагревании, линейный коэффициент расширения тел при нагревании, скорость химической реакции в данный момент времени и т.п.

Все эти задачи требуют для своего решения нахождения скорости изменения соответствующей функции.

Ввиду обилия задач, приводящих к вычислению скорости изменения функции или, иначе, к вычислению предела отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю, оказалось необходимым выделить такой предел для произвольной функции и изучить его основные свойства.

Этот предел называется производной функции.

II. Определение производной.

*Определение: Производной функции y = f(x) в данной точке x0 называется предел отношения приращения функции в этой точке к приращению аргумента, при условии, что приращение аргумента стремится к нулю.*

Обозначение производной: $y^{'}\left(x\_{0}\right) или f^{'}(x\_{0}) $. Тогда $f^{'}\left(x\_{0}\right)=\lim\_{∆x\to 0}\frac{∆y}{∆x}$ или $f^{'}\left(x\_{0}\right)=\lim\_{∆x\to 0}\frac{∆f}{∆x}$

Если внимательно проанализировать определение производной, то мы обнаружим, что в нём заложен алгоритм её нахождения.

С помощью этого алгоритма можно найти производную любой функции, т.е. получить таблицу производных, а также доказать правила вычисления производных, которыми в дальнейшем мы и будем пользоваться.

 **Организация первичного контроля.**

Первый пример учитель рассматривает совместно с учащимися с оформлением решения на доске и образцом записи в тетради. Все следующие примеры решаются учащимися либо самостоятельно с последующей проверкой, либо работой в группах (учитель – консультант), либо один учащийся выполняет работу на доске, остальные ведут запись решения в тетради.

Пример 1.

*Найти производную функции y = C.*

Решение: f(x) = C.

1.Возьмём два значения аргумента x и x + Δx.

2.$∆f=f\left(x+∆x\right)-f\left(x\right)=C-C=0.$

3.$\frac{∆f}{∆x}=\frac{0}{∆x}=0.$

4.$f^{'}\left(x\right)=\lim\_{∆x\to 0}\frac{∆f}{∆x}=\lim\_{∆x\to 0}0=0$.

Значит, $(C)^{'}$ = 0 или производная постоянной равна нулю.

Пример 2.

*Найти производную функции y = x.*

Решение: f(x) = x.

1.Возьмём два значения аргумента x и x + Δx.

2.$∆f=f\left(x+∆x\right)-f\left(x\right)=x+∆x-x=∆x.$

3.$\frac{∆f}{∆x}=\frac{∆x}{∆x}=1.$

4.$f^{'}\left(x\right)=\lim\_{∆x\to 0}\frac{∆f}{∆x}=\lim\_{∆x\to 0}1=1$.

Значит, $(x)^{'}$ = 1.

Пример 3.

*Найти производную функции y = x2.*

Решение: f(x) = x2.

1.Возьмём два значения аргумента x и x + Δx.

2.$∆f=f\left(x+∆x\right)-f\left(x\right)=(x+∆x)^{2}-x^{2}=x^{2}+2x∆x+(∆x)^{2}-x^{2}=∆x(2x+∆x).$

3.$\frac{∆f(x)}{∆x}=\frac{∆x(2x+∆x)}{∆x}=2x+∆x.$

4.$f^{'}\left(x\right)=\lim\_{∆x\to 0}\frac{∆f}{∆x}=\lim\_{∆x\to 0}(2x+∆x)=\lim\_{∆x\to 0}2x+\lim\_{∆x\to 0}∆x=2x$.

Значит, $(x^{2})^{'}$ = 2x.

Пример 4.

*Найти производную функции y =*$kx+m$*.*

Решение: f(x) = $kx+m$.

1.Возьмём два значения аргумента x и x + Δx.

2.$∆f=f\left(x+∆x\right)-f\left(x\right)=k\left(x+∆x\right)+m- kx-m=kx+k∆x-kx=k∆x.$

3.$\frac{∆f(x)}{∆x}=\frac{k∆x}{∆x}=k.$

4.$f^{'}\left(x\right)=\lim\_{∆x\to 0}\frac{∆f}{∆x}=\lim\_{∆x\to 0}k=k$.

Значит, $(kx+m)^{'}$ = k.

Пример 5.

*Найти производную функции y =*$\frac{1}{x}$*.*

Решение: f(x) = $\frac{1}{x}$.

1.Возьмём два значения аргумента x и x + Δx.

2.$∆f=f\left(x+∆x\right)-f\left(x\right)= \frac{1}{x+∆x}-\frac{1}{x}=\frac{x-x-∆x}{x(x+∆x)}=\frac{-∆x}{x(x+∆x)} .$

3.$\frac{∆f(x)}{∆x}=-\frac{∆x}{x(x+∆x)}:∆x=\frac{-∆x}{x(x+∆x)∆x}=\frac{-1}{x(x+∆x)} .$

4.$f^{'}\left(x\right)=\lim\_{∆x\to 0}\frac{∆f}{∆x}=\lim\_{∆x\to 0}\frac{-1}{x(x+∆x)}=-1\lim\_{∆x\to 0}\frac{1}{x^{2}+x∆x}=-\frac{\lim\_{∆x\to 0}1}{\lim\_{∆x\to 0}x^{2}+\lim\_{∆x\to 0}x∆x}=-\frac{1}{x^{2}} $.

Значит, $\left(\frac{1}{x}\right)^{'}$ = $-\frac{1}{x^{2}} $.

Пример 6.

*Найти производную функции y =*$\sqrt{x}$*.*

Решение: f(x) = $\sqrt{x}$.

1.Возьмём два значения аргумента x и x + Δx.

2.$∆f=f\left(x+∆x\right)-f\left(x\right)= \sqrt{x+∆x}-\sqrt{x} .$

3.$\frac{∆f(x)}{∆x}=\frac{\sqrt{x+∆x}-\sqrt{x} }{∆x}.$

4.$f^{'}\left(x\right)=\lim\_{∆x\to 0}\frac{∆f}{∆x}=\lim\_{∆x\to 0}\frac{\sqrt{x+∆x}-\sqrt{x}}{∆x}=\left(\frac{0}{0}\right)=\*$

Домножим числитель и знаменатель дроби на выражение, сопряжённое числителю

$$\*=\lim\_{∆x\to 0}\frac{(\sqrt{x+∆x}-\sqrt{x})∙(\sqrt{x+∆x}+\sqrt{x})}{∆x∙(\sqrt{x+∆x}+\sqrt{x})}=\lim\_{∆x\to 0}\frac{(\sqrt{x+∆x})^{2}-(\sqrt{x})^{2}}{∆x∙(\sqrt{x+∆x}+\sqrt{x})}=\lim\_{∆x\to 0}\frac{x+∆x-x}{∆x∙(\sqrt{x+∆x}+\sqrt{x})}=$$

$$=\lim\_{∆x\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+∆x}+\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x}}=\frac{1}{2\sqrt{x}} .$$

Значит, $\left(\sqrt{x}\right)^{'}$ = $ \frac{1}{2\sqrt{x}} $.

Таким образом, с помощью определения производной, можно найти производную любой функции.

Запишем найденные производные в таблицу и в дальнейшем будем ей пользоваться.

 **Домашнее задание №193. № 194.**

.

